



XVIII JUEGOS MATEMÁTICOS INTER-REGIONALES 2017

ORGANIZA:

Área de Matemática del Colegio San Mateo Osorno

COLABORAN:

**Liceo Pablo Neruda de Temuco
Colegio Windsor School de Valdivia
Colegio San Francisco Javier de Puerto Montt
Colegio Cahuala de Castro
Liceo San Felipe Benicio de Coyhaique**

INTRODUCCIÓN

Los Juegos Matemáticos es un certamen de resolución de ejercicios y problemas dirigido a los/as estudiantes con habilidades en Matemática de Séptimo Básico a Cuarto Medio.

La competencia se realizará por equipos, para lo cual cada Establecimiento podrá presentar 2 EQUIPOS por SERIE, en caso que el Establecimiento tenga Enseñanza Básica y Media. En Caso que el Establecimiento tenga sólo Enseñanza Básica o sólo Enseñanza Media, podrá presentar 3 EQUIPOS por SERIE, entre las series de 7º - 8º Básico, 1º- 2º Medio y 3º - 4º Medio.

Se pretende con esto que los/as estudiantes se interesen y motiven por aprender más, a través de la investigación individual y grupal. Que exista el diálogo y la discusión entre los/as jóvenes matemáticos/as sobre conceptos, propiedades y formas de resolución de diversos problemas por su propia iniciativa y puedan desarrollar al máximo todas sus potencialidades.

En el presente año 2017 los establecimientos colaboradores y sedes para rendir pruebas son: Liceo Pablo Neruda de Temuco, Colegio Windsor School de Valdivia, Colegio San Francisco Javier de Puerto Montt, Colegio Cahuala de Castro y Liceo San Felipe Benicio de Coyhaique.

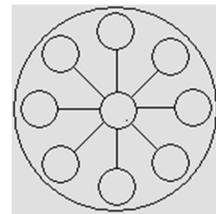
Sabemos que existen excelentes estudiantes y docentes que desean mostrar su trabajo y que con esfuerzo pueden lograr grandes éxitos. Este concurso tiene también como meta generar un ambiente agradable de estudio y de investigación no solo entre los/as estudiantes sino también con los/as profesores/as.

A continuación daremos un listado de ejercicios para practicar que han sido preguntados en pruebas de años anteriores:

SERIE 7° - 8° BÁSICO

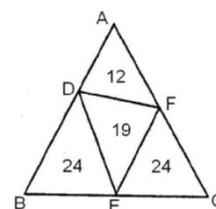
1. Hay que colocar los números 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 y 90 en el lugar correspondiente para que todas las líneas sumen 150.

¿Qué número pondremos en el centro?



2. Nano midió el largo del terreno de su tío con pasos de 54 cm. Después lo midió el tío con pasos de 72 cm. Quedaron marcadas en total 61 pisadas, pero a veces la misma marca correspondía a dos pisadas, una de Nano y otra del tío. ¿Cuál es el largo del terreno?

3. En la figura, los perímetros de los triángulos ADF, DBE, DEF y FEC, son 12, 24, 19 y 24 respectivamente. Determinar el perímetro del triángulo ABC.



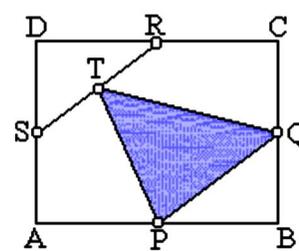
4. Calcular la suma de los dígitos del número $16^8 \cdot 5^{30}$

5. Si el producto $\frac{3}{2} * \frac{4}{3} * \frac{5}{4} * \frac{6}{5} * * * * \frac{a}{b} = 9$ ¿cuál es el valor de la suma $a + b$?

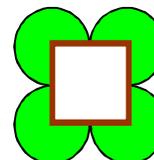
6. Andrés tiene peces en su pecera que cada mes se cuadruplica y Camila tiene peces que se duplican cada mes. Si Andrés tiene 4 peces en el mismo momento que Camila tiene 128, ¿después de cuantos meses resultaran con el mismo número de peces cada uno?

7. Cada día María José se comía el 20% de los dulces que estaban en su jarrita de dulces al comenzar el día. Al finalizar el segundo día, le quedaban 32 dulces. ¿Cuántos dulces había originalmente en la jarrita?

8. En el rectángulo ABCD, sean P, Q, R y S los puntos medios de los lados AB, BC, CD y AD, respectivamente, y T es el punto medio del segmento RS. ¿Qué fracción del área de ABCD es el área del triángulo Δ PQT ?

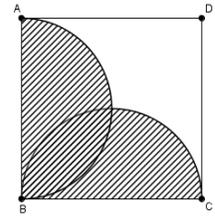


9. Determina el perímetro y área de la parte sombreada, sabiendo que el área del cuadrado es 100 cm^2 .



10. Es un hecho conocido, que el horario y el minutero de cualquier reloj están en línea (180°) cuando el reloj marca las 6,00 horas o las 18,00 horas en punto. Ahora bien, ¿a qué otras horas, minutos y segundos también los punteros del reloj se encuentran en la misma dirección?

11. Hallar el área de la región sombreada, sabiendo que el lado del cuadrado ABCD es 4 cm.

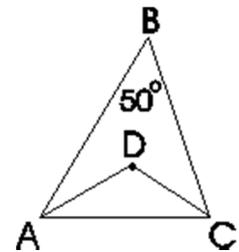


12. ¿Cuál es el mayor número natural, formado por dígitos distintos, tal que al multiplicar sus dígitos se obtiene como resultado 40?

13. Un atleta, que pesa 70 kilos, está suspendido de una cuerda que, pasando por una polea, tiene un peso de 70 kilos en su otro extremo. Si el atleta trepa por la cuerda, ¿el peso de 70 kilos, sube, baja o permanece estacionario? Explica

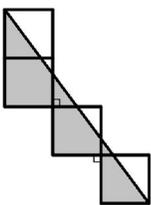
14. En una tienda se hace un descuento en un producto del 10%. A la semana se vuelve a hacer un descuento del 20%. ¿Qué porcentaje es el precio final del precio inicial?

15. En la figura, la medida del ángulo ABC es 50° , \overline{AD} biseca el ángulo BAC y \overline{DC} biseca el ángulo BCA . La medida del ángulo ADC es



16. La cabeza de un pez mide 20 centímetros. Su cuerpo mide la cabeza, más lo que mide la cola y su cola mide la cabeza, más la mitad del cuerpo. ¿Cuánto mide el pez?

17. La figura se ha construido con 4 cuadrados de lado 5 cm. ¿Cuál es el valor del perímetro y del área del polígono pintado (achurado)?



18. Si X es el producto de tres números naturales consecutivos. ¿Cuál o cuáles de las siguientes suposiciones son ciertas? ¿Por qué? Fundamenta.

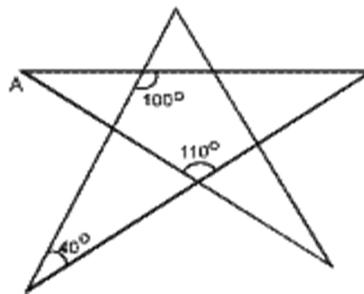
- X es múltiplo de 3
- X es múltiplo de 4
- X es múltiplo de 6

19. Calcula el producto $L \times H$ sabiendo que: $L = a + b + c$, $H = d + c = f + g$ siendo a, b, c, d, f, g números naturales y además: $b \times f = 91$, $a \times d = 18$, $c \times d = 16$, $b \times g = 39$.

20. Un vendedor de chocolate ha distribuido 1500 cajas de chocolates en dos bodegas A y B. Desde entonces, cada día en horas de la tarde, se sacan 65 cajas de la bodega A y 83 de la bodega B. Si en la mañana del quinto día hay la misma cantidad de cajas en cada bodega, ¿cuántas cajas de chocolates se almacenaron el primer día en la bodega A?

30. La medida, en grados, del ángulo A es :

- A) 20
- B) 40
- C) 30
- D) 45
- E) 35

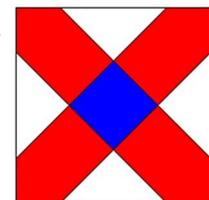


31. Si A, B y C son tres números primos y $A \cdot A \cdot B \cdot C = ABC$. Al sustituir las letras por dígitos; ellos serían

- A) 3 5 7
- B) 5 2 7
- C) 7 3 5
- D) 7 1 3
- E) 2 5 7

32. Una figura cuadrada tiene una cruz roja de anchura uniforme con un cuadrado azul en el centro como se muestra en la figura (la cruz es simétrica respecto a cada una de las diagonales del cuadrado). Si la cruz completa (tanto los brazos rojos como el centro azul) ocupa el 36% del área de la bandera, ¿qué porcentaje de dicha área es azul?

- A) 0,5%
- B) 1%
- C) 2%
- D) 3%
- E) 6%



33. Si se suman los 30 primeros términos de la secuencia: 1, 11, 111, 1111, ... el dígito de las unidades de dicho resultado es

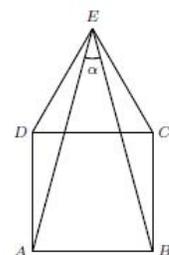
- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) Otro número

34. En uno de los platillos de una balanza hay 6 naranjas y en el otro hay 2 melones. Cuando agregamos un melón en el platillo de las naranjas, la balanza queda equilibrada. ¿Cuántas naranjas pesan lo mismo que un melón?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

35. En la figura ABCD es un cuadrado y CED un triángulo equilátero. ¿Cuánto mide el ángulo AEB?

- A) 60°
- B) 45°
- C) 30°
- D) 15°
- E) Ninguna de las anteriores



36. Un triángulo isósceles inscrito en una semicircunferencia de diámetro 12 cm tiene un área de:

- A) 8,48
- B) 16,96
- C) 35,95
- D) 71,91
- E) 144

37. ¿Cuánto vale el cociente entre el área de un hexágono regular de lado 1 y la del triángulo equilátero de lado 3?

- A) $\frac{2}{3}$
- B) 2
- C) $\frac{5}{6}$
- D) $\frac{3}{4}$
- E) 1

38. Resuelve: $\frac{0,\overline{2}}{1+\frac{1}{3}} = ?$

- A) $0,\overline{1}$ B) 0,15 C) 0,16 D) $0,\overline{16}$ E) $0,\overline{6}$

39. $P = \{-[-23]-45\} + \{56 - 3^3 \cdot 79 - (100 - 1)\}$ El valor de "P" en la expresión corresponde a:

- A) -350 B) 400 C) 214 D) -2154 E) -214

40. Si usamos los símbolos + o -, en los números 1, 2, 3, 4, 5, ¿cuál de los siguientes números no podemos obtener?

- A) 1 B) 3 C) 7 D) 13 E) 17

41. Las ruedas traseras y delanteras de un coche tienen un diámetro de 1,3 metros y 1 metro, respectivamente. Cuando las primeras han dado 370 vueltas, ¿cuántas han dado las segundas?

- A) 1161,8 B) 284,6 C) 4,082 D) 1,3 E) ninguna de las anteriores

42. En una clase de 30 alumnos, la mitad juega al fútbol, un tercio al baloncesto y el 10% a ambos deportes. ¿Cuál es el número de alumnos que no juegan ninguno de los dos deportes?

- A) 15 B) 20 C) 8 D) 28 E) Imposible saberlo

43. Los cinco signos representan dígitos distintos. El signo \$ vale:

$$\begin{aligned} @ + @ + @ &= \% \\ \# + \# + \# &= \& \\ \% + \& &= \$ \\ \$ &= ? \end{aligned}$$

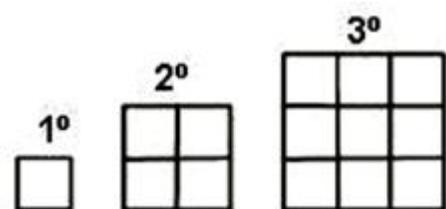
- A) 0 B) 2 C) 6 D) 8 E) 9

44. El producto de tres dígitos **a**, **b**, **c**, es el número de dos dígitos **bc**. Si el producto de los dígitos **b** y **c** es **c**. ¿Cuánto vale si **c = 2**?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

45. Luisa forma cuadrados reuniendo palillos en la forma que se muestra en la figura. ¿Cuántos palillos debe añadir al cuadrado trigésimo para construir el trigésimo primero?

- A) 124
B) 148
C) 61
D) 254
E) 120



46. Enrique tiene 3 hermanas y 5 hermanos. Su hermana Enriqueta tiene **a** hermanas y **b** hermanos. ¿Cuánto vale el producto **ab**?

- A) 8 B) 12 C) 15 D) 18

47. En un curso de 30 alumnos el 55% tiene buenas notas, el 35% tiene notas regulares y el resto notas deficientes. Entonces, los alumnos con notas deficientes son:

- A) 10 B) 3 C) 7 D) 13

48. Calcula el valor de la siguiente expresión:

$$10^3 : [(10 : 5)^3 \times 4 - (13 - 8)^2 + (18 : 6)]^2 - \sqrt{81}$$

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 4

49. Mi Tablet tiene un virus y cada vez que la prendo me pone un reto para poder usarla. Hoy el reto fue: Escribe el dígito que debe aparecer en la posición 2016 en la siguiente secuencia:

120572057057057057057057057057057...

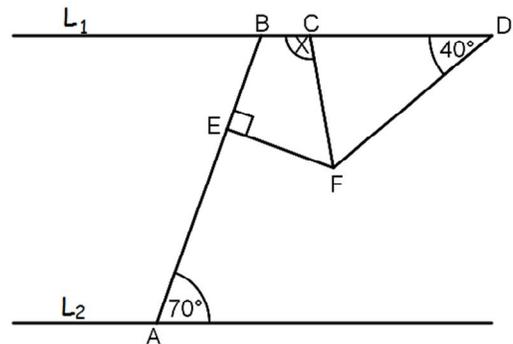
- A) 0 B) 2 C) 5 D) 7

50. Un reloj de pared da al primer cuarto de hora 3 campanazos, por el segundo cuarto de hora 6 campanazos, por el tercer cuarto de hora 9 campanazos y antes de dar los campanazos correspondientes a la hora exacta de 12 (por ejemplo, a las 3 de la tarde da 15 campanazos). El número total de campanazos que se escuchan desde las 2 : 10 pm hasta las 8 : 00 pm del mismo día son:

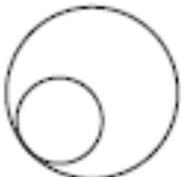
- A) 156 B) 193 C) 213 D) 245

51. En la figura, L_1 y L_2 son rectas paralelas, FC es bisectriz del ángulo EFD. Calcula el valor de x

- A) 100°
 B) 105°
 C) 110°
 D) 120°



52. En la figura, el diámetro del círculo menor es el radio del círculo mayor. El porcentaje del área del círculo menor con relación al área mayor es:



- A) 20% B) 25% C) 35% D) 50%

SERIE 1° - 2° MEDIO

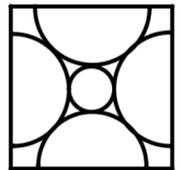
1.
$$\left(\frac{a^{-1}}{a^0 + \left(\frac{a}{b}\right)^{-1}} \right)^{-2} - \left(\frac{ab^{-1} - b^0}{b^{-1}} \right)^2 =$$

2. Tres vasijas contienen agua. Si se vierte $\frac{1}{3}$ del contenido de la primera en la segunda, después $\frac{1}{4}$ del contenido que hay ahora en la segunda en la tercera y, por último, $\frac{1}{10}$ del agua que hay ahora en la tercera en la primera, entonces cada vasija contendrá 9 litros.
¿Qué cantidad había inicialmente en cada vasija?

3. Si $2p = a + b + c$, demuestra que: $1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{2p(p-a)}{bc}$

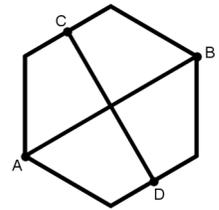
4. Si $X = 1^2 + 2^2 + \dots + 2005^2$ e $Y = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + 2004 \cdot 2006$ entonces $X - Y$ vale

5. La figura representa cuatro semicírculos de radio 1cm. Los centros de los semicírculos son los puntos medios de los lados del cuadrado. ¿Cuál es el radio del círculo tangente a los cuatro semicírculos?



6. ¿Cuál es el primer dígito después de la coma del número obtenido como resultado de la multiplicación entre 10^{2008} y $3,141582403$?

7. El segmento AB conecta dos vértices opuestos de un hexágono regular. El segmento CD conecta los puntos medios de dos lados opuestos. Halla el producto de las longitudes de AB y CD si el área del hexágono es 60 cm^2 .



8. La edad promedio de los miembros de la familia Quintos es de 18 años. Si sabemos que el papá tiene 38 años y que el promedio de las edades de los miembros de la familia sin contarlo a él es de 14 años, ¿cuántos miembros tiene la familia Quintos?

9. Para dos números x e y se cumple que:

$$\begin{aligned} (x + y)^2 &= 144 \\ x^3 + y^3 &= 756 \end{aligned}$$

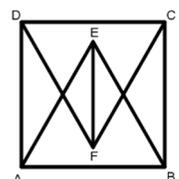
El valor de $x \cdot y$ es:

10. Se han vendido todas las entradas de la primera fila de un cine. Los asientos están numerados consecutivamente, empezando en el 1. Por error se vende una entrada duplicada de esa fila. La suma de los números de los asientos en todas las entradas vendidas en dicha fila es 857. ¿Cuál es el número de asiento del que se han vendido las dos entradas?

11. Simplificar:

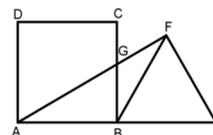
$$\frac{\left[\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)^2 + \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right)^2 \right]^2 - 4 \left[\left(\frac{x}{y} \right)^2 - \left(\frac{y}{x} \right)^2 \right]^2}{\left[\left(\frac{x}{y} \right)^3 + \left(\frac{y}{x} \right)^3 \right]^2 - \left[\left(\frac{x}{y} \right)^3 - \left(\frac{y}{x} \right)^3 \right]^2}$$

12. En la figura, ABCD es un cuadrado y los triángulos ABE y DFC son equiláteros. Si $AB = 1$, ¿cuál es la longitud de EF?

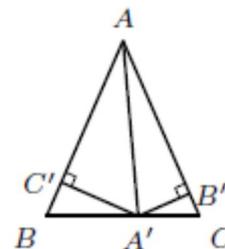


13. Si el valor numérico de $A = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1) + 1$ equivale a 2^x , Halla el valor de x .

14. En la figura, el cuadrado ABCD y el triángulo equilátero BEF tiene lado 1, si A, B y E son colineales, entonces el área del triángulo BFG es

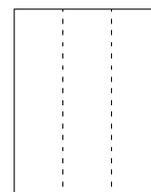


15. En la figura ABC es un triángulo isósceles de área 1, $AC = 2$ y A' es cualquier punto sobre BC. Calcula $B'A' + A'C'$.



16. Determina la solución de la ecuación $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2+x}}$

17. Se recorta un cuadrado en 3 rectángulos a lo largo de dos segmentos paralelos a uno de los lados, tal como se muestra en la figura. Si el perímetro de cada uno de los 3 rectángulos es 24, calcula el área del cuadrado original



18. Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos **A, B, C** y **D**. Se sabe que $AB = 30$ y $CD = 10$, además se toman los puntos medios de **AB** y **CD**, que son **P** y **Q** respectivamente. Hallar la longitud del segmento que tiene por extremos los puntos medios de **PC** y **BQ**.

19. Si $C(\alpha) = 90^\circ - \alpha$ y $S(\beta) = 180^\circ - \beta$, entonces al reducir $\underbrace{\text{cscs} \dots \text{scs}}_{2016 \text{ veces}} (\alpha - \beta)$, se obtiene

20. Observa la siguiente situación. Explica porque se produjo este error.

$$\begin{aligned}
 -6 &= -6 \\
 4 - 10 &= 9 - 15 \\
 4 - 10 + \frac{25}{4} &= 9 - 15 + \frac{25}{4} \\
 \left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 &= \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2 \\
 \sqrt{\left(2 - \frac{5}{2}\right)^2} &= \sqrt{\left(3 - \frac{5}{2}\right)^2}
 \end{aligned}$$

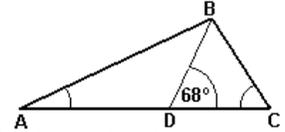
21. ¿Cuántas cifras tiene el producto $2^{2007} \cdot 5^{2006}$?

- A) 2005 B) 2006 C) 2007 D) 2008 E) 2009

22. Si se escribe $\frac{1}{7}$ en forma decimal, ¿qué cifra ocupa el lugar 2000 detrás de la coma?

- A) 1 B) 4 C) 2 D) 8 E) 5

23. En el triángulo ABC la bisectriz del ángulo B corta al lado AC en el punto D. Siendo el $\angle BDC = 68^\circ$, ¿cuánto vale la diferencia $\angle ACB - \angle BAC$?



- A) 44° B) 120° C) 24° D) 30° E) Imposible determinarlo

24. Si $(x - x^{-1}) = \sqrt{10}$, entonces el valor de $x^2 + x^{-2}$ es ...

- A) 10 B) 12 C) 11 D) 8 E) 9

25. A las 8 horas y 10 minutos, el menor de los ángulos que forman los punteros del reloj, es:

- A) 165° B) 170° C) $172,5^\circ$ D) 175° E) 180°

26. Los 3 lados de un triángulo son 18 m, 16 m y 9 m. Determina la longitud x que se debe quitar a cada lado, de modo que el nuevo triángulo sea rectángulo.

- A) 13 m B) 10 m C) 9 m D) 1 m E) 0,5 m

27. Una persona tiene $\$(a - b)$. Si al pagar una deuda se da cuenta que la razón entre el dinero que tenía y lo que le queda es $a : b$, ¿cuál de las expresiones siguientes representa el dinero que pagó por la deuda?

- A) $\frac{a-b}{a}$ B) $\frac{a-b}{b}$ C) $\frac{b(a-b)}{a}$ D) $\frac{(a-b)^2}{a}$ E) $\frac{a^2 - b^2}{a}$

28. ¿Cuál es la mayor potencia de 2 que divide a $255^2 - 1$?

- A) 2^1 B) 2^8 C) 2^9 D) 2^{127} E) 2^{254}

29. Hace 7 años, la edad de A era múltiplo de 8, y dentro de ocho años, su edad será múltiplo de 7. Hace 8 años, la edad de B era múltiplo de 7, y dentro de 7 años su edad será múltiplo de 8. Ninguno de ellos es centenario. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es cierta:

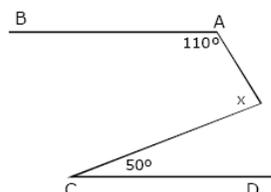
- A) B es dos años mayor que A
 B) B es un año mayor que A
 C) A y B tienen la misma edad
 D) B es un año más joven que A
 E) B es dos años más joven que A

30. Si $x = 197^2 + 2 \cdot 197 \cdot 3 + 3^2$, $y = 200^2 - 2^2$ y $z = 199 \cdot 201$, ¿cuál de las siguientes opciones es verdadera?

- A) $y < x < z$ B) $y < z < x$ C) $x < y < z$ D) $x < z < y$ E) $z = y < x$

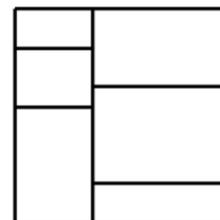
31. En la figura, $AB \parallel CD$, luego $\angle X =$

- A) 120°
 B) 100°
 C) 70°
 D) 50°
 E) 20°



32. Un cuadrado se corta en seis trozos rectangulares, como se ve en la figura. Cuando se suman los perímetros de las seis piezas el resultado es 120 cm. ¿Cuál es el área del cuadrado?

- A) 48 cm^2
- B) 64 cm^2
- C) $110,25 \text{ cm}^2$
- D) 144 cm^2
- E) 256 cm^2



33. ¿Cuántos números de dos cifras son tales que su cuadrado y su cubo terminan en la misma cifra?

- A) 1
- B) 9
- C) 10
- D) 21
- E) más de 30.

34. Rosa, en todos sus cumpleaños, recibe de un admirador tantas flores como años cumple. Su madre las seca y las guarda. Si ya tiene 120 flores guardadas, ¿cuántos años cumplió Rosa en su último cumpleaños?

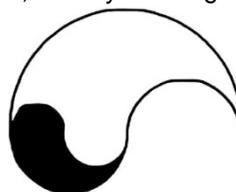
- A) 15
- B) 12
- C) 14
- D) 10
- E) 20

35. Un padre tiene x años de edad y su hijo y . ¿Dentro de cuántos años el padre tendrá el doble de la edad del hijo?

- A) $x + 2y$
- B) $x - y$
- C) $x - 2y$
- D) $x + \frac{y}{2}$
- E) $x - \frac{y}{2}$

36. La figura está formada por semicírculos de radios 2 cm, 4 cm y 8 cm. ¿Qué fracción de la figura tiene color negro?

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{1}{4}$
- C) $\frac{1}{5}$
- D) $\frac{3}{4}$
- E) $\frac{2}{3}$



37. Al sumar los números 4^{15} y 8^{10} , se obtiene:

- A) 2^{10}
- B) 2^{15}
- C) 2^{20}
- D) 2^{30}
- E) 2^{31}

38. Los enteros m y n verifican $(6 - m)(6 + n) = 12$. ¿Cuántos valores puede tomar m ?

- A) 6
- B) 7
- C) 12
- D) 13
- E) Ninguno de los anteriores

39. Voy a caminar durante 4 horas, deteniéndome 20 minutos después de cada hora caminando. ¿Si salgo a mediodía, a qué hora llegaré?

- A) 17h 20 min
- B) 17h
- C) 16h 20min
- D) 17h 40min
- E) 18h

40. José encontró el valor de 3^{19} , que es 1.1a2.261.467, pero lamentablemente la tercera cifra olvidó, ¿cuál es el valor de a ?

- A) 1
- B) 3
- C) 4
- D) 6
- E) 7

41. Un número x satisface la condición $\frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 2$. ¿Cuál es el valor de la expresión $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$?

- A) $\frac{3}{2}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{2}{3}$
- D) 4
- E) $\frac{1}{2}$

42. Si $a^b = \frac{1}{2}$, ¿Cuánto vale a^{-3b} ?

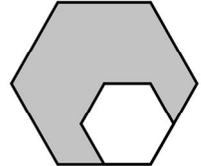
- A) $\frac{1}{8}$ B) 8 C) -8 D) 6 E) $\frac{1}{6}$

43. ¿Cuántos polígonos regulares tienen por medida de un ángulo interior un número entero de grados?

- A) 16 B) 18 C) 22 D) 24 E) infinitos

44. Los lados del hexágono regular grande de la figura son el doble de los lados del hexágono regular pequeño. El área del hexágono pequeño es 4 cm^2 . ¿Cuál es el área del hexágono grande?

- A) 16 cm^2
B) 14 cm^2
C) 12 cm^2
D) 10 cm^2
E) 8 cm^2



45. La edad promedio de la abuela, el abuelo y los siete nietos es 28 años. La edad promedio de los siete nietos es 15 años. Si se sabe que el abuelo es tres años mayor que la abuela, la edad del abuelo es:

- A) 71 B) 72 C) 73 D) 74 E) 75

46. Si $A - B - C = 2$ y $AB + AC = BC$, entonces $A^2 + B^2 + C^2 =$

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) Ninguna de las anteriores

47. Simplifica: $\left(\left(\frac{2}{4}\right)^{-1}\right)^2 \cdot \left(\frac{8}{2}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{4\sqrt{4}}\right)^2$

- A) 68 B) 256 C) 512 D) 260 E) 288

48. ¿Cuáles el orden correcto de los números: 10^8 , 5^{12} y 2^{24} .

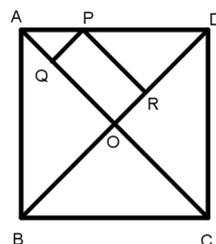
- A) $2^{24} < 10^8 < 5^{12}$ B) $5^{12} < 2^{24} < 10^8$ C) $2^{24} < 5^{12} < 10^8$
D) $10^8 < 5^{12} < 2^{24}$ E) $10^8 < 2^{24} < 5^{12}$

49. Jorge cortó un cuadrado de papel que tenía 20 cm de perímetro y obtuvo dos rectángulos. Si el perímetro de uno de los rectángulos recortados es 16 cm, ¿cuál es el perímetro del otro?

- A) 8 cm B) 9 cm C) 12 cm D) 14 cm E) 16 cm

50. En la figura ABCD es un cuadrado con $AB = 1$. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo PQOR?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 1
E) No se puede determinar



51. Cuatro paquetes se pesan por parejas en todas las posibles combinaciones. Los pesos obtenidos son 5 kg, 6 kg, 8 kg, 9 kg, 11 kg y 12 kg. El peso total de los 4 paquetes es:

- A) 12 kg B) 17 kg C) 28 kg D) 34 kg E) 51 kg

52. Un cierto cultivo de bacterias, diariamente duplica su peso en gramos respecto al día anterior. Si al cabo de k días su peso es de m gramos, ¿cuántos gramos pesaba 3 días antes?

- A) $\frac{m}{3}$ B) $\frac{m(k-3)}{k}$ C) $\frac{m}{8}$ D) $\frac{km}{8}$ E) Ninguna de las anteriores

53. ¿Cuántos números de tres dígitos son tales que la suma de sus dígitos es par?

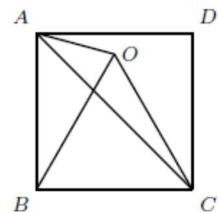
- A) 100 B) 200 C) 450 D) 500 E) 600

54. Un virus atacó el disco duro de una computadora, el primer día destruyó dos terceras partes, el segundo día, de lo que quedó destruyó una cuarta parte, finalmente el tercer día destruyó la quinta parte lo que quedaba. ¿Qué fracción del disco duro quedó sin dañar?

- A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{13}{60}$ C) $\frac{7}{60}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

55. En la figura ABCD es un cuadrado y OBC es un triángulo equilátero. ¿Cuánto mide el ángulo OAC?

- A) 18°
B) 20°
C) 25°
D) 30°
E) 33°

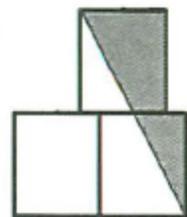


56. En un sistema de coordenadas cartesianas dibujamos un cuadrado. Una de sus diagonales está sobre el eje X. Las coordenadas de los dos vértices que están en el eje X son $(-1, 0)$ y $(5, 0)$. ¿Cuál de las siguientes son las coordenadas de otro vértice del cuadrado?

- A) $(2, 0)$ B) $(2, 3)$ C) $(2, -6)$ D) $(3, 5)$ E) $(3, -1)$

57. Cada uno de los lados de los tres cuadrados de la figura tienen longitud 1. ¿Cuál es el área de la región gris?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{7}{8}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{3}{2}$



58. Al dividir un número natural X por 8 se obtiene resto 6 y al dividir otro natural Y por 8 se obtiene resto 1. ¿Cuál es el resto que se obtiene al dividir en entero $X - Y$ por 4?

- A) 5 B) 3 C) 8 D) 2 E) 1

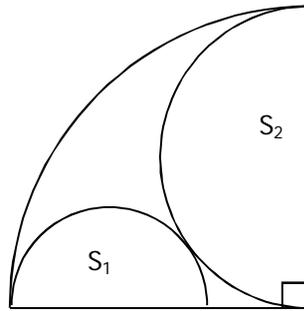
59. La suma de los dígitos del número que resulta de la siguiente operación:

$$777.777.777.777.777^2 - 222.222.222.222.223^2$$

- A) 148 B) 84 C) 74 D) 69 E) 79

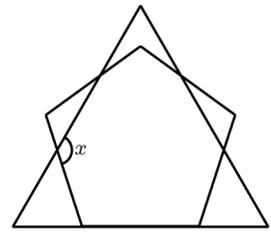
60. En la figura se tiene un cuarto de círculo y dentro de él, dos semicírculos tangentes entre sí, de áreas S_1 y S_2 . El valor de $\frac{S_1}{S_2}$ es

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{2}{3}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{4}{9}$
- E) $\frac{1}{4}$



61. En la figura se muestra un triángulo equilátero y un pentágono regular. ¿Cuánto mide el ángulo x ?

- A) 124°
- B) 128°
- C) 132°
- D) 136°
- E) 140°



62. Al factorizar la expresión $x^2 - y^2 - z^2 + 2yz + x + y - z$, uno de los factores corresponde a:

- A) $-x + y + z$
- B) $x - y - z - 1$
- C) $x + y - z + 1$
- D) $x - y + z + 1$
- E) $x - y - z$

63. El valor de $2016^3 - 2016$ es igual al producto

- A) $2014 \cdot 2015 \cdot 2016$
- B) $2015 \cdot 2016 \cdot 2017$
- C) $2016 \cdot 2017 \cdot 2018$
- D) $2017 \cdot 2018 \cdot 2019$
- E) $2018 \cdot 2019 \cdot 2020$

64.
$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) \dots \left(\frac{1}{48} - \frac{1}{49}\right) =$$

- A) -50
- B) 0,04
- C) 1
- D) 25
- E) Otro valor

65. El área del cuadrado de la figura 1 es a , y el área del círculo inscrito en él es b . ¿Cuánto vale el área encerrada por la línea gruesa en la figura de la derecha?

- A) $3b$
- B) $2a + b$
- C) $a + 2b$
- D) $3a$
- E) $a + b$

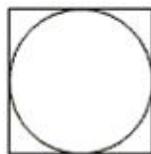


Figura 1

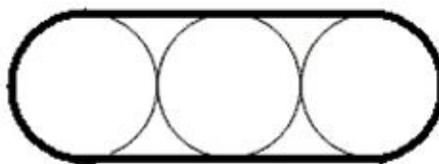


Figura 2

SERIE 3° - 4° MEDIO

1. Una cuadrilla de pintores, que de lejos parecía una junta de médicos, tenía que pintar dos paredes, una de doble superficie que la otra. Toda la cuadrilla estuvo pintando en la pared grande durante medio día. Por la tarde la mitad de la cuadrilla pintó en la pared pequeña y la otra mitad en la grande. Al finalizar el día sólo les quedó un poco por pintar en la pared pequeña, para lo cual fue necesario que pintara un solo pintor el día siguiente completo.

¿Cuántas personas componían la cuadrilla?

NOTA: la jornada laboral está compuesta por 4 horas antes del mediodía y 4 horas por la tarde. Todos los pintores rinden el mismo trabajo y de forma uniforme.

2. El reloj de mi abuela adelanta un minuto por hora, y el de mi abuelo se atrasa medio minuto por hora. Cuando salgo de su casa, sincronizo los dos relojes y les digo que volveré cuando la diferencia entre los tiempos que marcan sus relojes sea exactamente una hora. ¿Cuánto tiempo tardaré en volver?

3. Escribe la forma más simple del número expresado por la suma:

$$\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$$

4. Si se define una función como $f(x - 1) = x^2 + 3x - 18$, determina el(los) valor(es) de "x" tal que $f(x + 1) = 22$.

5. En una circunferencia de radio "r" se da una cuerda $AB = c$ y se traza la cuerda BC perpendicular al diámetro que pasa por A. Calcular BC en función de "r" y "c".

6. Si la fracción $\frac{2x+5}{-3}$ pertenece al intervalo $[5,8[$, entonces ¿cuál es el intervalo al cual pertenece la fracción $\frac{x+1}{x+2}$?

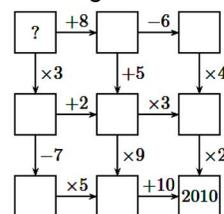
7. Tres trenes parten del mismo punto y siguen igual vía en la misma dirección y sentido, el primero parte a las 6:00 hrs, el segundo a las 7:00 hrs y el tercero a las 9:00 hrs, siendo sus velocidades de 25, 30 y 40 km/h, respectivamente. ¿A qué hora el tercer tren estará en el punto medio de la distancia que separa al primero y al segundo?

8. ¿Cuál es el valor de la expresión

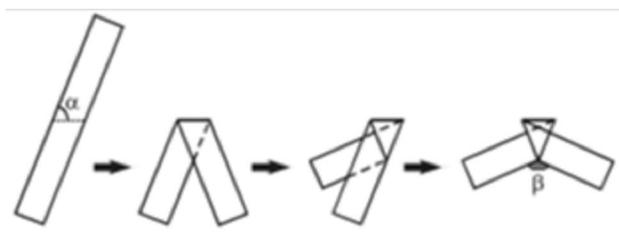
$$\frac{(2+3)(2^2+3^2)(2^4+3^4)\cdots(2^{1024}+3^{1024})(2^{2048}+3^{2048})+2^{4096}}{3^{2048}}?$$

9. El único niño presente en una reunión notó que cada señor estrechó la mano con cada uno de los otros señores, y cada señora le dio un abrazo a cada una de las otras señoras presente. El niño contó 15 apretones de mano y 21 abrazos. ¿Cuántas personas asistieron a la reunión?

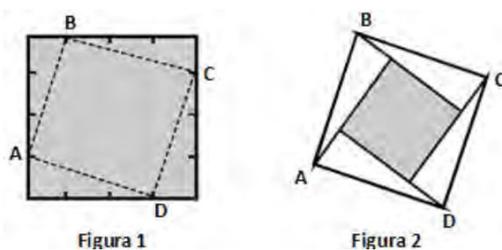
10. Juan escribió un número entero en la caja con el signo de interrogación. Luego, siguiendo alguno de los posibles caminos indicados por las flechas y efectuando las operaciones indicadas a medida que avanzaba, llegó a la caja inferior derecha con el número 2010. ¿Qué número escribió Juan inicialmente?



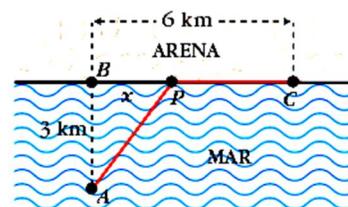
11. Una cinta de papel se dobla tres veces como muestra la figura. Sabiendo que $\alpha = 70^\circ$, hallar la medida del ángulo β .



12. Un papel de forma cuadrada de 20 cm de lado tiene una cara de color gris y la otra de color blanco. Se divide cada lado en cuatro partes iguales y se doblan las puntas del cuadrado por los segmentos punteados que se indican en la figura 1, con lo que se obtiene la situación de la figura 2. Calcular la superficie del cuadrado gris de la figura 2.



13. Para ir de A hasta C hemos navegado a 4 km/h en línea recta hasta P, y hemos caminado a 5 km/h de P a C. Hemos tardado, en total, 99 minutos. ¿Cuál es la distancia, x, de B a P?



14. Demuestra que la razón entre las superficies de los cubos inscritos y circunscritos a una esfera de radio "a" es 1 : 3 y que la razón entre sus volúmenes es $\sqrt{3} : 9$

15. Si $x + y = a$, y además $xy = b$, encontrar el valor de $x^6 + y^6$.

16. Cada número desde el 8 hasta el 2016 se divide por 7 y se suman todos los restos obtenidos. ¿Qué número se obtiene?

17. Si a y b son números reales tales que:

$$a^4 + a^2b^2 + b^4 = 900$$

$$a^2 + ab + b^2 = 45$$

Calcula el valor de $(2a - 2b)^2$

18. Para cada entero positivo n se define f(n) como el cuadrado de la suma de las cifras de n. Encuentra $f(f(f(f...(f(2))))))$, donde f se aplica 2016 veces.

19. Demostrar que $\frac{1}{\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}} + \frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{16}}$ es igual a $\sqrt[3]{4} - 1$.

20. En el triángulo ABC, los puntos D y M se encuentran sobre los lados AC y BC, respectivamente. Se sabe que $AB = BD$, $\angle DBC = 48^\circ$ y $\angle ABD = \angle MAC = \angle BCA$. Halla la medida del menor ángulo que forman las rectas AM y BD.

21. La suma de las raíces del conjunto de ecuaciones dado por la igualdad $||1 - |x|| - 5| = 6 - \frac{x^2}{3}$ es:

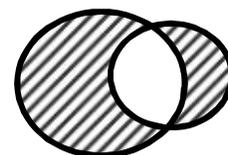
- A) 6 B) 4 C) 2 D) 0 E) otro valor

22. La suma de las cifras del número $10^{101} - 9$ es igual a

- A) 891 B) 901 C) 991 D) 1001 E) 10001

23. Dos círculos de radios 4 y 6 se cortan como se ve en la figura. La diferencia de las áreas de las partes que no se superponen es

- A) 2π B) 4π C) 10π
D) 20π E) faltan datos



24. Para cada número de dos cifras, la cifra de las unidades se resta de la cifra de las decenas. ¿Cuál es la suma de todos los resultados?

- A) 90 B) 100 C) 55 D) 45 E) 30

25. En un lejano planeta un año tiene 3 meses y cada mes diez días. Javier tiene 360 días de edad en la Tierra. ¿Cuántos años tendría en ese planeta?

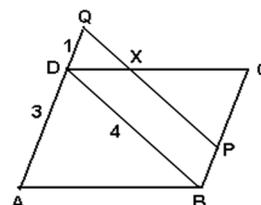
- A) 4 B) 6 C) 10 D) 12 E) otra respuesta

26. Sean a, b, c números reales positivos tales que $ab=c, bc=12, b=3c$. Entonces el producto abc es igual a:

- A) 4 B) 36 C) 6 D) 12 E) 24

27. En la figura ABCD y BPQD son paralelogramos. $AD = 3, DQ = 1$ y $BD = 4$. Entonces la longitud de PX es

- A) Depende de lo que mida AB
 B) 3 C) $\frac{8}{3}$ D) 2,7
 E) No puede calcularse con estos datos



28. Como la luz viaja a velocidad finita (pero muy grande), vemos la luna como era hace 1 segundo y el Sol como era hace 8 minutos y medio. ¿Cuántas veces más lejos de la Tierra está el Sol que la Luna?

- A) 10 B) 60 C) 510 D) 3000 E) 300000

29. Andrés, Benito, Celestino y Darío han obtenido los cuatro primeros puestos en el torneo de esgrima. Si sumas los números de los puestos de Andrés, Benito y Darío obtienes el número 6. Lo mismo ocurre si sumas los números de los puestos de Benito y Celestino, también obtienes 6. ¿Quién ganó el primer puesto, si Benito está por delante de Andrés?

- A) Andrés B) Benito C) Celestino D) Darío E) Imposible saberlo

30. Una esfera tiene en ella inscrito un cubo (los vértices del cubo están en la superficie de la esfera). Estimar el porcentaje del volumen de la esfera que representa el volumen del cubo.

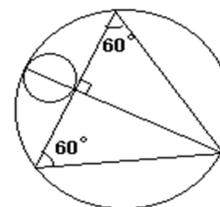
- A) 12 % B) 37 % C) 65 % D) 80 % E) 94 %

31. Una nave espacial viaja de la Tierra al planeta X, que está a 2^{20} km de la Tierra. Cuando ha recorrido exactamente un cuarto del viaje, pierde contacto por radio con la Tierra. Lo recupera de nuevo en el momento en que está a 2^{19} km de la Tierra. ¿Cuántos km viajó la nave espacial sin contacto por radio con la Tierra?

- A) 2^8 km B) 2^9 km C) 2^{10} km D) 2^{18} km E) 2^{19} km

32. En la figura, el triángulo es equilátero. Para obtener el área del círculo grande, hay que multiplicar la del pequeño por :

- A) 12 B) 16
 C) $9\sqrt{3}$ D) π^2 E) 10



33. Supongamos que $s_n = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \dots + (-1)^{n-1} n$, siendo n un entero positivo. Entonces $s_{1999} + s_{2000}$ es:

- A) negativo B) 0 C) 1 D) 2 E) 20

34. Se consideran tres números primos a, b, c tales que $a > b > c > 0$. Si $a + b + c = 78$ y $a - b - c = 40$ entonces $abc =$

- A) 438 B) 590 C) 1062 D) 1239 E) 2006

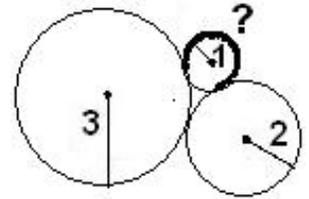
35. Se llama factorial de "n" al producto $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$.

Si $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$, entonces $n =$

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

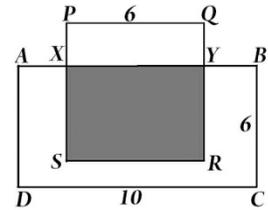
36. En la figura se ven tres círculos de radios 1, 2 y 3 respectivamente. La longitud del arco señalado con trazo grueso es

- A) $\frac{5\pi}{4}$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{2\pi}{3}$



37. En la figura $ABCD$ es un rectángulo y $PQRS$ es un cuadrado. La región sombreada tiene la mitad del área del rectángulo $ABCD$. ¿Cuál es la medida del segmento PX ?

- A) 1
B) 1,5
C) 2
D) 2,5
E) 4



38. El valor del número $\left(\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \dots + \frac{2002+2003}{2004}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{668}\right)$ es:

- A) 668 B) 1336 C) 2002 D) 2003 E) 2004

39. Varios extraterrestres viajan por el espacio en su cohete STAR 1. Los hay de tres colores: verde, naranja y azul. Los verdes tienen dos tentáculos; los naranjas tres y los azules cinco. En la nave espacial hay tantos verdes como naranjas, y 10 azules más que verdes. En total hay 250 tentáculos. ¿Cuántos extraterrestres azules hay en la nave?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

40. El profesor piensa un número natural y les dice a los alumnos:

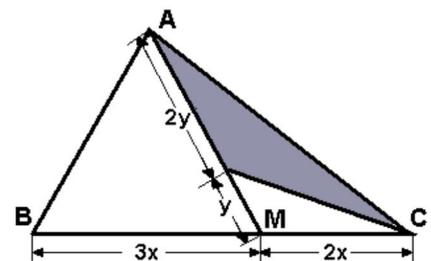
- 1) El número, o termina en 5 o es divisible por 7
- 2) O es mayor que 20, o termina en 9
- 3) O es múltiplo de 12 o es menor que 21

¿Qué número ha pensado el profesor?

- A) 12 B) 25 C) 49 D) 60 E) 84

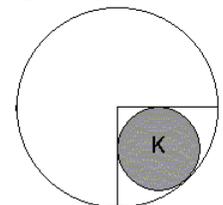
41. Si el área de ABC es 1, ¿cuánto vale el área de la parte sombreada?

- A) $\frac{4}{15}$
B) $\frac{2}{15}$
C) $\frac{7}{15}$
D) $\frac{4}{9}$
E) $\frac{1}{6}$



42. Un círculo K está inscrito en un cuadrante de círculo de radio 6, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el radio de K ?

- A) $\frac{6-\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
C) 2,5 D) 3
E) $6(\sqrt{2}-1)$



43. Si $x+y=\sqrt{5}$ y $x-y=\sqrt{3}$ entonces $\frac{x^2}{y^2}-\frac{y^2}{x^2}$ es

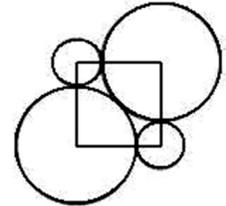
- A) 2 B) $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ C) $16\sqrt{15}$ D) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ E) $\sqrt{15}$

44. ¿Cuál es la última cifra del número $1^2 - 2^2 + 3^2 \dots - 2008^2 + 2009^2$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

45. Con centro en los vértices del cuadrado de la figura se han trazado círculos, dos grandes y dos pequeños. Los círculos grandes son tangentes exteriores entre sí, y ambos son tangentes exteriores a los pequeños. Si R es el radio de un círculo grande y r es el radio del círculo pequeño, entonces $\frac{R}{r}$ es igual a

- A) $\frac{2}{9}$ B) $\sqrt{5}$ C) $1+\sqrt{2}$ D) 2,5 E) $0,8\pi$

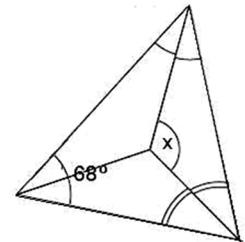


46. Una esfera tiene en ella inscrito un cubo (los vértices del cubo están en la superficie de la esfera). Estimar el porcentaje del volumen de la esfera que representa el volumen del cubo.

- A) 12 % B) 37 % C) 65 % D) 80 % E) 94 %

47. Un triángulo tiene un ángulo de 68° . Se trazan las tres bisectrices interiores. ¿Cuál es la medida, en grados, del ángulo x ?

- A) 120° B) 124° C) 128° D) 132° E) 136°



48. Los tres números $\sqrt[4]{7}$, $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[5]{7}$ son términos consecutivos de una progresión geométrica. El término siguiente de esa progresión es

- A) $\sqrt[5]{7}$ B) $\sqrt[12]{7}$ C) $\sqrt[10]{7}$ D) $\sqrt[9]{7}$ E) 1

49. Los lados de un triángulo tienen como medidas los enteros positivos 13, x e y . Si $xy = 105$, ¿cuál es el perímetro del triángulo?

- A) 35 B) 39 C) 51 D) 69 E) 119

50. Sea $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $2 \cdot f(x) + 3 \cdot f\left(\frac{2010}{x}\right) = 5x$.

Entonces $f(6) = \dots$

- A) 1 B) 923 C) 993 D) 1013 E) 2009

51. ¿Para cuántos enteros " n " ($1 \leq n \leq 100$) el número n^n es un cuadrado perfecto?

- A) 55 B) 54 C) 50 D) 15 E) 5

52. En la sucesión 1, 2, 3, 0, 5, -2, 7, ... se tiene $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 3$, y para $n \geq 4$, vale $a_n = a_{n-3} + a_{n-2} - a_{n-1}$. ¿Cuál es el 2010º término de esa sucesión?

- A) -2006 B) 2008 C) -2002 D) -2004 E) un número diferente de los anteriores

53. Dos números positivos, p y q , verifican la ecuación. $p^2 - 2p + q^2 - 2q = 15 - 2pq$
Hallar el valor de $p + q$:

- A) 1 B) 5 C) 9 D) 13 E) 17

54. Si $f(x) = px^7 + qx^3 + rx - 4$ y $f(-7) = 3$, el valor de $f(7)$ es

- A) -11 B) -3 C) 10 D) 17 E) No se puede determinar

55. Si $a < b$, entonces $\sqrt{(a + \sqrt{2}b)(a - \sqrt{2}b) - b(2a - 3b)}$ es igual a:

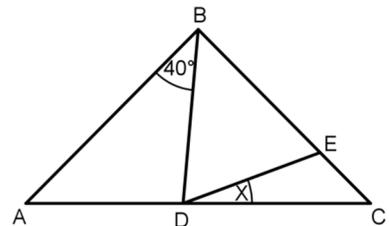
- A) $a - b$ B) $a + b$ C) $-a - b$ D) $b - a$ E) $(a - b)^2$

56. Al escoger tres vértices de un cubo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que los tres estén en una misma cara?

- A) $\frac{3}{14}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{5}{14}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{13}{18}$

57. En la figura, $AB = BC$ y $BD = BE$. Calcula la medida del ángulo x .

- A) 20°
B) 30°
C) 50°
D) 40°
E) 10°



58. La ecuación en x :

$$x^2 - 6x + n^2 = 0$$

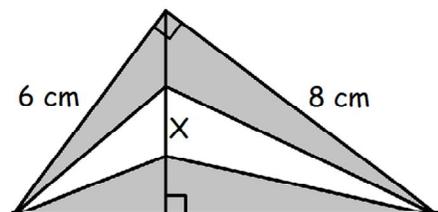
Tiene dos raíces reales a y b . Calcula el valor de la expresión E , donde

$$E = \log_n a^a + \log_n a^b + \log_n b^a + \log_n b^b$$

- A) 4 B) 6 C) 12 D) 9 E) 36

59. En la siguiente figura se muestra un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm. En la altura relativa a la hipotenusa se han marcado dos puntos cuya distancia es x . Si la suma de las áreas de las regiones sombreadas es 19 cm^2 , calcula el valor de x .

- A) 0,5 cm
B) 1 cm
C) 2 cm
D) $\sqrt{5}$ cm
E) 0,2 cm



60. En una urna hay cierta cantidad de canicas azules y una canica roja. La probabilidad de sacar dos canicas y que ambas sean azules es exactamente 50%. El número total de canicas en la suma es:

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6