

PRUEBA N°2
"XVIII JUEGOS MATEMÁTICOS INTER-REGIONALES"

I. EJERCICIOS DE DESARROLLO. ARGUMENTA TU RESPUESTA.

(5 pts c/u)

1. Alexis tiene dinero para comprar 2017 pelotas, sólo de los colores azul y rojo. La compra la realiza alternando los colores de la siguiente manera: primero compra una azul, luego dos rojas, luego tres azules, y así sucesivamente hasta que totalice 2017 pelotas, aunque tuviera que romper la secuencia numérica en la última compra. ¿Cuál es la diferencia entre el número de pelotas rojas y azules que tiene Alexis, luego de comprar las 2017 pelotas?

Solución

Azul	Roja	Azul	Roja	Azul	Roja	Azul	Roja		
1	2	3	4	5	6	7	8

Por lo tanto

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + \dots + n \leq 2017$$

Luego

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}, \text{ si } n = 63$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + \dots + 63 = \frac{63(63+1)}{2} = 2016$$

Ahora

Azul	Roja	Azul	Roja	Azul	Roja			Roja	Azul	Roja	Azul	Roja
1	2	3	4	5	6	60	61	62	63	1

Azules: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 63 = (32)^2 = 1024.$

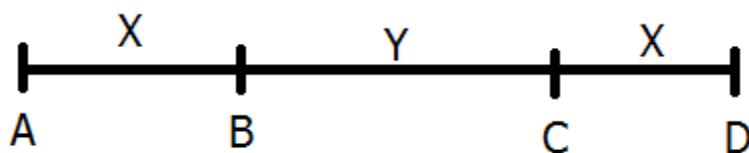
Rojas: $2 + 4 + 5 + 8 + 10 + \dots + 62 + 1$

$$= 2(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 31) + 1 = 2 \cdot \frac{31(31+1)}{2} + 1 = 992 + 1 = 993.$$

Pelotas azules 1024 y pelotas rojas 993.

Respuesta: la diferencia es 31 pelotas.

2. Sobre una línea recta se consideran los puntos colineales y consecutivos A, B, C y D, tal que $AC + 2DC + BD = 28$ y $AB = DC$. Hallar la medida de AD.

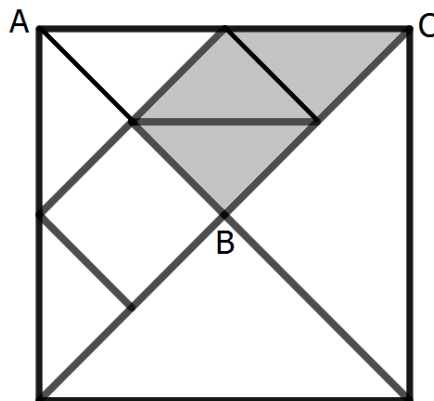
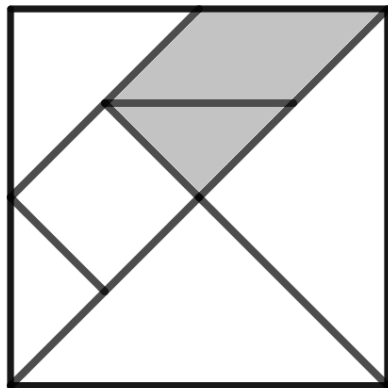


$$\begin{aligned} AC + 2DC + BD &= 28 \\ (X + Y) + 2X + (Y + X) &= 28 \\ 4X + 2Y &= 28 \quad /:2 \\ 2X + Y &= 14 \end{aligned}$$

$$AD = 2X + Y = 14$$

Por lo tanto AD mide 14.

3. La figura siguiente representa un Tangrama, rompecabezas chino formado por 5 triángulos, 1 paralelogramo y 1 cuadrado. Sabiendo que el área del Tangrama mostrado es 64 cm^2 , ¿cuál es el área de la región sombreada?



El área del triángulo ABC es un cuarto del área del cuadrado, es decir, 16 cm^2 . Luego el triángulo ABC queda dividido en cuatro triángulos congruentes, por lo que el área de cada uno es 4 cm^2 . Como la parte sombreada está formada por tres de esos triángulos, el área sombreada es 12 cm^2 .

II. DETERMINA LA ALTERNATIVA CORRECTA. JUSTIFICA EN CADA CASO. (2 ptos. c/u)

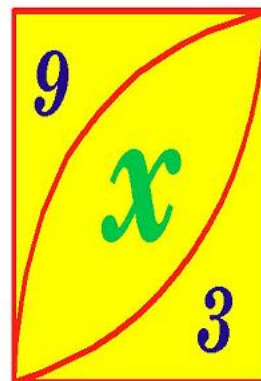
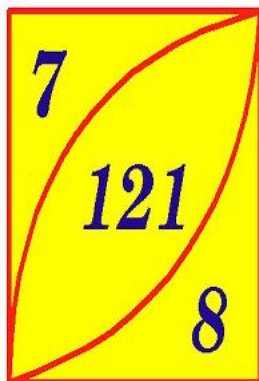
1. ¿Cuántos números enteros entre el 1 y el 100 son múltiplos de 6, pero no de 9?

Múltiplos de 6: {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96}

Múltiplos de 9: {9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99}

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

2. ¿Qué número corresponde a X?



$8 \cdot 4 = 32$	$7 \cdot 8 = 56$	$9 \cdot 3 = 27$
$3 + 2 = 5$	$5 + 6 = 11$	$2 + 7 = 9$
$5^2 = 25$	$11^2 = 121$	$9^2 = 81$

- A) 144 B) 100 C) 88 D) 81 E) 64

3. Un número es perfecto si es igual a la suma de todos sus divisores, excepto el mismo número. ¿Cuál de los siguientes números es perfecto?

Divisores de 3 : {1, 3}

Divisores de 24: {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}
 $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 = 36$

Divisores de 12 : {1, 2, 3, 4, 6, 12}
 $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$

Divisores de 28: {1, 2, 4, 7, 14, 28}
 $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$

- A) 3 B) 12 C) 24 D) 28 E) N. A

4. Cinco alumnos, Alberto, Benito, Carlos, Darío y Emilio, responden verdadero (V) o falso (F) en un examen de cuatro preguntas de la siguiente manera:

Pregunta	Alberto	Benito	Carlos	Darío	Emilio
1ra.	V	F	V	F	V
2da.	F	V	F	F	F
3ra.	V	F	F	V	F
4ta.	F	V	F	V	V

Si uno de ellos contestó todas las preguntas correctamente, otro falló en todas y un tercero falló en tres, ¿quién contestó todas las preguntas correctamente?

- A) Darío **B) Benito** C) Carlos D) Alberto E) Emilio

5. Diofanto vivió la sexta parte de su vida en la infancia, un doceavo en la adolescencia; se casó y luego de pasar un tiempo igual a un séptimo de su vida más 5 años, tuvo un hijo que vivió la mitad de los años que su padre; vivió y murió 4 años antes que él. ¿Cuántos años vivió Diofanto?

X: años que vivió Diofanto

$\frac{X}{6}$: infancia

$\frac{X}{12}$: adolescencia

$\frac{X}{7} + 5$: tuvo un hijo

$\frac{X}{2}$: vivió su hijo

$$\frac{X}{6} + \frac{X}{12} + \frac{X}{7} + 5 + \frac{X}{2} + 4 = X$$

$$\frac{3}{4}X + \frac{X}{7} + 9 = X$$

$$21X + 4X + 252 = 28X$$

$$3X = 252$$

$$X = 84 \text{ años}$$

- A) 98 años **B) 84 años** C) 64 años D) 59 años E) N.A

6. En un curso de 45 estudiantes el promedio en una prueba fue p , en otro curso de 30 estudiantes y en la misma prueba el promedio fue de $\frac{2}{3}p$. ¿Cuál es el promedio de ambos cursos?

Curso	N° de estudiantes	Promedio	Suma de las notas
1	45	p	$45p$
2	30	$\frac{2}{3}p$	$20p$

Total de estudiantes 75, suma de las notas ($45p + 20p$).

Por lo tanto el promedio de ambos cursos:

$$\bar{X} = \frac{45p + 20p}{75} = \frac{65p}{75} = \frac{13}{15}p$$

- A) $\frac{5}{6}p$ **B) $\frac{13}{15}p$** C) $\frac{p}{2}$ D) p E) $\frac{50}{2}p$

7. Si $a^2 = a + 2$, entonces a^3 es igual a

$$a^3 = a \cdot a^2$$

$$= a \cdot (a + 2)$$

$$= a^2 + 2a$$

$$= (a + 2) + 2a$$

$$= 3a + 2$$

- A) $a + 4$ B) $2a + 8$ **C) $3a + 2$** D) $4a + 8$ E) $27a + 8$

8. El diámetro mayor de la llanta delantera de un camión mide 100 cm. ¿Cuántas vueltas completará dicha llanta en un recorrido de 6,28 kilómetros?

Nota: considera $\pi = 3,14$.

Perímetro de la llanta delantera = diámetro $\cdot \pi = 100 \cdot 3,14 = 314$ cm.

Es decir, en cada vuelta la rueda recorre 314 cm.

6,28 km = 628000 cm.

628000 : 314 = 2000 vueltas.

- A) 1000 **B) 2000** C) 500 D) 20 E) 100

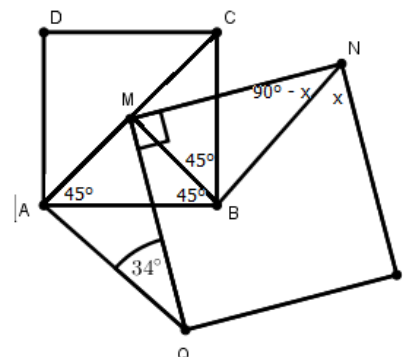
9. En la figura, ABCD y MNPO son cuadrados, donde M es el centro del cuadrado ABCD. Si el ángulo MQA es igual a 34° , entonces la medida del ángulo BNP es igual a

- A) 30°
B) 34°
C) 45°
D) 56°
E) N/A

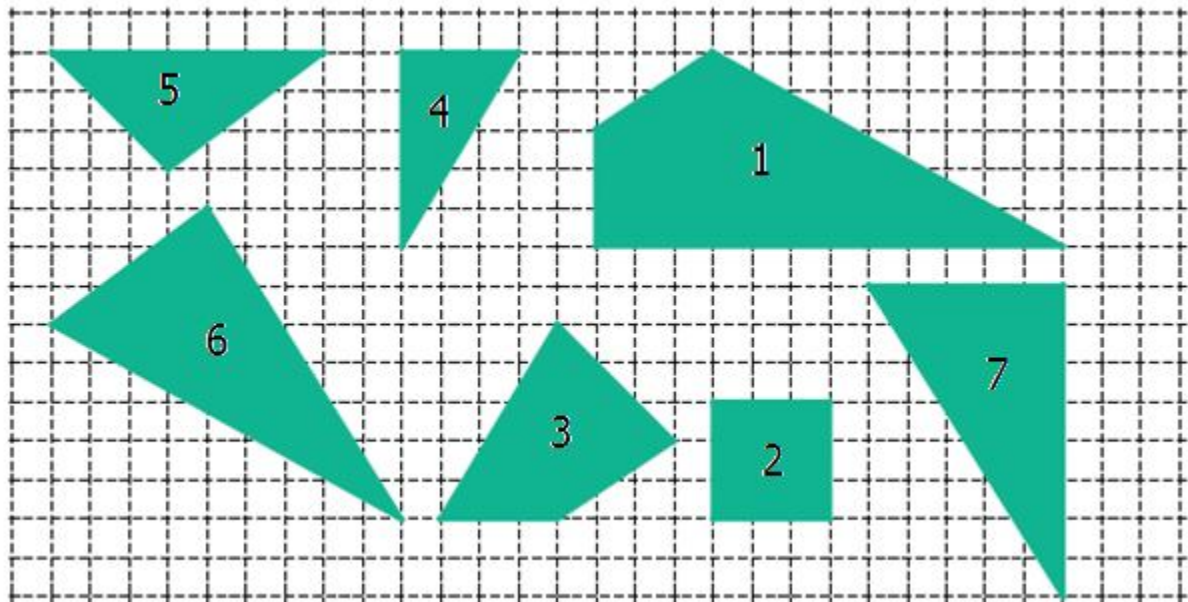
$\triangle AMQ \cong \triangle BMN$, por lo que

$$90^\circ - x = 34^\circ$$

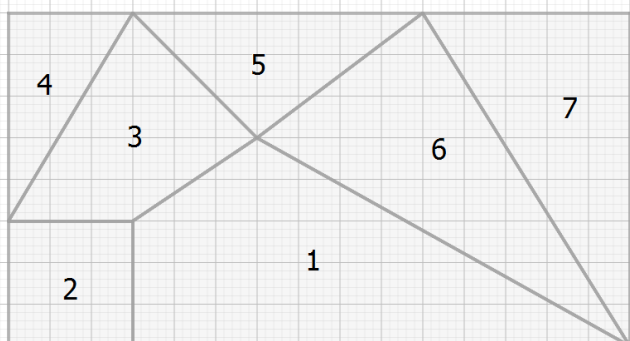
$$x = 56^\circ$$



10. Daniel cortó un pedazo rectangular de papel en siete pedazos más pequeños, como se muestra a continuación:



Si en la cuadrícula cada cuadradito tiene lado 1 cm. ¿Cuáles son las dimensiones, en cm, del pedazo de papel que cortó Daniel?



- A) 15 x 8** B) 10 x 10 C) 10 x 13 D) 9 x 12 E) 4 x 30