

PRUEBA N°1
"XVIII JUEGOS MATEMÁTICOS INTER-REGIONALES"

I. EJERCICIOS DE DESARROLLO:

(5 pts c/u)

1. Hallar la suma de las cifras del resultado de la siguiente serie :

$$\underbrace{88 + 988 + 9988 + 99988 + \dots}_{98 \text{ sumandos}}$$

SOLUCIÓN:

1°

$$\left. \begin{array}{r} 88 + 12 = 100 \\ 988 + 12 = 1000 \\ 9988 + 12 = 10000 \\ 99988 + 12 = 100000 \\ \vdots \\ 999\dots88 + 12 = \underline{1000\dots000} \end{array} \right\} 98$$

$$111\dots1100$$

2° $98 \cdot 12 = 1176$

3°

$$\begin{array}{r} 111\dots111100 \\ - \quad \quad 1176 \\ \hline \underline{111\dots109924} \\ \text{100 cifras} \end{array}$$

4° Suma:

$$95 \cdot 1 + 0 + 9 + 9 + 2 + 4 = 119$$

Por lo tanto la suma de las cifras es 119.

2. Si $m = \frac{1}{a-b}$; $n = \frac{1}{a+b}$ calcular el valor de $\left(\frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2}\right) \cdot \left(\frac{ab}{a^2 + b^2}\right) = ?$

SOLUCIÓN:

$$m^2 + n^2 = \left(\frac{1}{a-b}\right)^2 + \left(\frac{1}{a+b}\right)^2 = \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(a+b)^2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2}{(a-b)^2(a+b)^2} = \frac{2(a^2 + b^2)}{(a-b)^2(a+b)^2}$$

$$m^2 - n^2 = \left(\frac{1}{a-b}\right)^2 - \left(\frac{1}{a+b}\right)^2 = \frac{1}{(a-b)^2} - \frac{1}{(a+b)^2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{(a-b)^2(a+b)^2} = \frac{4ab}{(a-b)^2(a+b)^2}$$

$$\text{Luego } \left(\frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2}\right) = \frac{\frac{2(a^2 + b^2)}{(a-b)^2(a+b)^2}}{\frac{4ab}{(a-b)^2(a+b)^2}} = \frac{2(a^2 + b^2)}{4ab} = \frac{(a^2 + b^2)}{2ab}$$

$$\text{Por lo tanto } \left(\frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2}\right) \cdot \left(\frac{ab}{a^2 + b^2}\right) = \frac{(a^2 + b^2)}{2ab} \cdot \left(\frac{ab}{a^2 + b^2}\right) = \frac{1}{2}$$

3. Si ABCD es un cuadrado de 6 m de lado y además "M" es punto medio, calcular el área de la región sombreada.

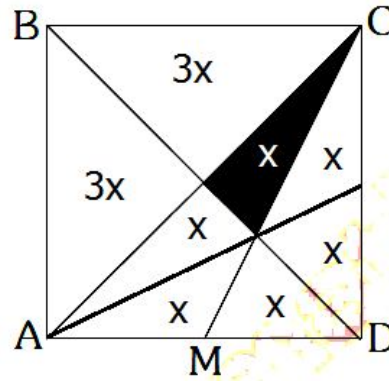
SOLUCIÓN:

Área del cuadrado 36 m^2

$$12x = 36$$

$$x = 3$$

El área de la región sombreada es 3 m^2 .



II. Determina la alternativa correcta, debes dejar el desarrollo:

(2 pts c/u)

1. Al reducir : $\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right)\left(1 - \frac{1}{25}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{10000}\right)$, resulta :

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right)\left(1 - \frac{1}{25}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{100^2}\right) \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{35}{36} \cdot \frac{48}{49} \dots \frac{1999}{10000} \\ &= \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 6}{5 \cdot 5} \cdot \frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 6} \cdot \frac{6 \cdot 8}{7 \cdot 7} \dots \frac{98 \cdot 100}{99 \cdot 99} \cdot \frac{99 \cdot 101}{100 \cdot 100} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{101}{100} = \frac{101}{200} \end{aligned}$$

A) $\frac{100}{101}$

B) $\frac{100}{2001}$

C) $\frac{101}{200}$

D) $\frac{101}{100}$

E) $\frac{2001}{100}$

2. En una huerta se observa que el número de patos excede en 8 al número de pavos; además, si incluimos 12 pavos más y quitamos 10 patos, entonces el número de pavos sería el triple del número de patos. ¿Cuál es el número de patos?

$$\begin{array}{l} \text{Patos: } x + 8 \Rightarrow x + 8 - 10 \\ \text{Pavos: } X \Rightarrow x + 12 \end{array}$$

$$x + 12 = 3(x - 2)$$

$$x + 12 = 3x - 6$$

$$18 = 2x$$

$$x = 9$$

Luego

Por lo tanto el n° de patos es 17

A) 10

B) 8

C) 12

D) 9

E) 17

3. Una liebre y una tortuga parten simultáneamente de un mismo punto, la tortuga recorre en cada minuto 10 m y la liebre 100 m, si ambos se dirigen hacia un mismo punto y además la liebre llega a la meta y regresa donde la tortuga, luego va a la meta y regresa donde la tortuga y así sucesivamente, hasta que ambos llegan juntos a la meta. Si la tortuga recorrió 2 Km. ¿Cuántos kilómetros recorrió la liebre?

$$V_T = 10 \text{ m/min} \quad d_T = 2 \text{ km}$$

$$V_L = 100 \text{ m/min} \quad d_L = x$$

$$V_L = 10 \cdot V_T \Rightarrow d_L = 10 \cdot 2 = 20 \text{ km}$$

A) 200

B) 2

C) 20

D) 40

E) 400

4. Si: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = 990$
 y $3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 3m = 630$
 $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = 990$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 990$$

$$n^2 + n = 1980$$

$$n^2 + n - 1980 = 0$$

$$(n + 45)(n - 44) = 0$$

$$n = -45 \quad \vee \quad n = 44$$

Luego $n = 44$

entonces $\sqrt{m+n} = ?$

$$3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 3m = 630 \quad / \cdot \frac{1}{3}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + m = 210$$

$$\frac{m(m+1)}{2} = 210$$

$$m^2 + m = 420$$

$$m^2 + m - 420 = 0$$

$$(m + 21)(m - 20) = 0$$

$$m = -21 \quad \vee \quad m = 20$$

Luego $m = 20$

Por lo tanto $\sqrt{m+n} = \sqrt{20+44} = \sqrt{64} = 8$

A) 10

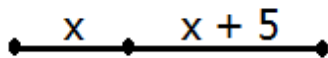
B) 12

C) 7

D) 8

E) 6

5. ¿Qué hora será dentro de $5\frac{1}{4}$ horas si se sabe que en estos momentos el tiempo transcurrido es excedido en 5 horas por lo que falta transcurrir del día?



$$2x + 5 = 24$$

$$2x = 19$$

$$x = 9,5 \text{ h}$$

$$5,25 \text{ h} + 9,5 \text{ h} = 14,75 \text{ h}$$

$$\Rightarrow 2\frac{3}{4} \text{ PM}$$

A) 3 : 45 p.m.

B) 3 : 25 p.m.

C) 3 : 20 p.m.

D) 2 : 20 p.m.

E) 2 : 45 p.m.

6. La suma de 20 números enteros consecutivos es 430. ¿Cuál es la suma de los 20 siguientes?

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+19) = 430 \Rightarrow 20x + 190 = 430 \Rightarrow x = 12$$

$$32 + 33 + 34 + \dots + 51 = ?$$

$$(1 + 2 + 3 + \dots + 51) - (1 + 2 + 3 + \dots + 31)$$

$$= \frac{51 \cdot 52}{2} - \frac{31 \cdot 32}{2}$$

$$= 1326 - 496 = 830$$

A) 830

B) 720

C) 630

D) 820

E) 900

7. Se define \textcircled{m} como:

$$\textcircled{m} = \frac{m+5}{2}; \text{ si "m" es impar}$$

$$\textcircled{m} = \frac{m+4}{2}; \text{ si "m" es par}$$

Hallar: $\textcircled{7} - \textcircled{6}$

$$\textcircled{7} = 6 \Rightarrow \textcircled{7} = \textcircled{6} = 5$$

$$\textcircled{6} = 5 \Rightarrow \textcircled{6} = \textcircled{5} = 5$$

$$\Rightarrow \textcircled{7} - \textcircled{6} = 5 - 5 = 0$$

A) 1

B) -1

C) 0

D) 2

E) 3

8. Después de sacar de un tanque 1.600 litros de agua, el nivel de la misma descendió de $\frac{2}{5}$

a $\frac{1}{3}$. ¿Cuántos litros había que añadir para llenar el tanque?

Sea x : capacidad del tanque

$$\frac{2}{5}x - 1600 = \frac{1}{3}x$$

$$6x - 24000 = 5x$$

$$x = 24000$$

Capacidad del tanque 24.000 litros.

Luego $\frac{2}{3}$ de 24.000 lts es 16.000 litros

Por lo tanto se deben añadir 16.000 litros

- A) 32.000 lt B) 48.000 lt C) 24.000 lt **D) 16.000 lt** E) 12.000 lt

9. Si $a^6 = 2a^3 + 1$, entonces $(a^2 - 2a + 1)(a^2 + a + 1)^2 = ?$

$$a^6 = 2a^3 + 1$$

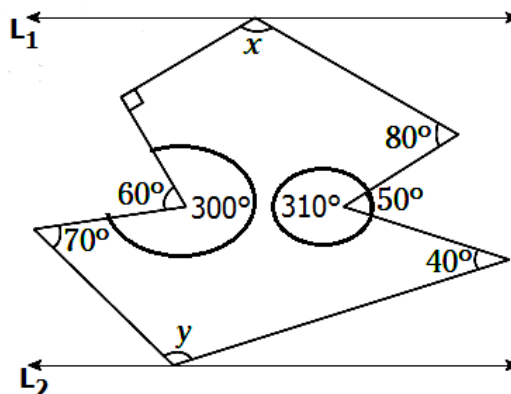
$$a^6 - 2a^3 = 1$$

$$\begin{aligned} & (a^2 - 2a + 1) \cdot (a^2 + a + 1)^2 \\ &= (a - 1)^2 \cdot (a^2 + a + 1)^2 \\ &= (a - 1)(a - 1)(a^2 + a + 1)(a^2 + a + 1) \\ &= (a^3 - 1)^2 \\ &= a^6 - 2a^3 + 1 \\ &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

- A) 1 **B) 2** C) 3 D) -1 E) -2

10. En el gráfico, $L_1 \parallel L_2$.
El valor de $x + y = ?$

- A) 190°**
B) 160°
C) 210°
D) 135°
E) 150°



Suma de los ángulos interiores de un polígono de 8 lados es 1080°

$$x + 90^\circ + 300^\circ + 70^\circ + y + 40^\circ + 310^\circ + 80^\circ = 1080^\circ$$

$$x + y + 890^\circ = 1080^\circ$$

$$x + y = 190^\circ$$