

## PRUEBA 1

Serie 3° - 4° Medio

**Indicación:** Esta primera etapa consiste en resolver una prueba de manera grupal y colaborativa. Deben entregar solo una prueba, con todo el desarrollo y con el nombre de los tres integrantes del grupo.

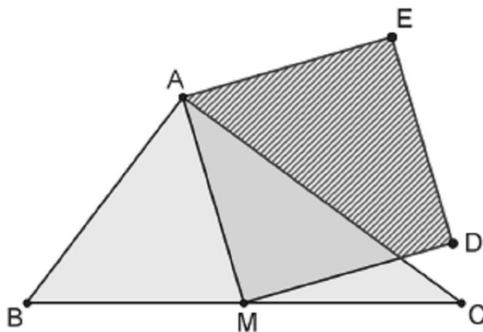
Estudiante 1: \_\_\_\_\_

Estudiante 2: \_\_\_\_\_

Estudiante 3: \_\_\_\_\_

**I Resolución de problemas:** En este ítem deberán resolver 3 problemas con enunciado y deben colocar todo el desarrollo de manera clara y ordenada. Cada problema resuelto de manera correcta tendrá una puntuación de **5 puntos c/u**

- 1) Sea  $ABC$  el triángulo de la figura adjunta, tal que  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $AC = 8\text{ cm}$ ,  $BC = 10\text{ cm}$  y  $M$  el punto medio de  $BC$ . Considerando que  $AMDE$  es un cuadrado, y que  $MD$  intersecta a  $AC$  en un punto  $F$ , determina el área del cuadrilátero  $AFDE$  en  $\text{cm}^2$ .





COLEGIO SAN MATEO DE LA COMPAÑÍA DE JESÚS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
JUEGOS MATEMÁTICOS INTERREGIONALES 2023



- 2) La lista  $(1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n, 1000)$  es la sucesión más larga de enteros positivos tal que cada término, **a partir del tercero**, es la suma de todos los anteriores (por ejemplo  $x_3 = 1 + x_2$  y  $x_4 = 1 + x_2 + x_3$  y así sucesivamente). ¿Cuál es el valor numérico de  $x_2$ ?



COLEGIO SAN MATEO DE LA COMPAÑÍA DE JESÚS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
JUEGOS MATEMÁTICOS INTERREGIONALES 2023



- 3) Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  números reales positivos. Si se sabe que dos de los números  $\frac{a}{b+c}$ ,  $\frac{b}{c+a}$  y  $\frac{c}{a+b}$  son iguales a  $\frac{1}{2}$  y 2, ¿cuál es el otro número?

II **Selección múltiple:** En este ítem deberás elegir la alternativa correcta, colocando el desarrollo correspondiente. Cada problema resuelto de manera correcta tendrá una puntuación de **3 puntos c/u**

1) ¿Cuál es el dígito de las unidades del número  $21^{2023} + 23^{2023} + 25^{2023}$ ?

- A) 1
- B) 3
- C) 5
- D) 7
- E) 9

2) Raquel se dio cuenta de que su edad, la de su hija y la de su nieta son tres números que cumplen que, al ser divididos por un impar mayor a 1, el resultado nunca es entero. Al sumar las tres edades, Raquel obtiene 100 años. ¿Cuántos años tiene la nieta de Raquel?

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) 8

3)  $\sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}} =$

- A)  $\frac{\sqrt{13}}{3}$
- B)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- C)  $\sqrt{2}$
- D)  $\frac{3}{2}$

4) Si  $x \in [-1, 1[$  y se sabe que  $g$  es una función tal que  $g\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right) = 5x$ , entonces el valor de  $g(2)$  es

- A)  $\frac{2}{5}$
- B)  $\frac{3}{5}$
- C) 3
- D) 10

5) Si  $x + y = 2$  y  $x^3 + y^3 = 3$ , ¿cuál es el valor de  $xy$ ?

- A)  $\frac{5}{2}$
- B)  $\frac{5}{6}$
- C)  $\frac{5}{3}$
- D)  $\frac{5}{4}$